

[Retour à l'applet](#)

## Fonctions périodiques et séries de Fourier

On démontre que toute fonction  $g(t)$ , périodique de période  $T$  (de pulsation  $\omega = 2\pi/T$  et de fréquence  $f = 1/T$ ) et satisfaisant à certaines conditions de continuité et de dérivabilité, peut se décomposer en une somme de fonctions sinusoidales dite « série de FOURIER » :

$$g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega n t + b_n \sin \omega n t)$$

$$\text{avec : } a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) \cdot dt \quad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cdot \cos \omega n t \cdot dt \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cdot \sin \omega n t \cdot dt$$

**Quelques exemples utiles :**

Fonction créneau symétrique ( $T = 2\pi$ ) : 
$$g(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)\pi \cdot t}{(2n+1)}$$

Fonction triangulaire symétrique : 
$$g(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \sin(2n+1)\pi \cdot t$$

Rampe : 
$$g(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin n\pi \cdot t$$

Sinusoïde redressée simple alternance : 
$$g(t) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \sin \omega t - \frac{2}{\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos 2n\omega t}{(2n-1)(2n+1)}$$

Sinusoïde redressée double alternance : 
$$g(t) = \frac{2}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\omega t}{(n+1)^2 - \frac{1}{4}}$$

Impulsions : 
$$g(t) = \alpha + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2\pi \cdot \alpha}{n} \cdot \cos n\omega t + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - \cos 2\pi \cdot \alpha)}{n} \cdot \sin n\omega t$$

Si la fréquence de la fonction  $g(t)$  est  $f_0$ , le terme de fréquence  $f_0$  du développement est appelé **fondamental**. Le terme de fréquence  $n \cdot f_0$  est l'**harmonique** d'ordre  $n$ .

La **vitesse de convergence** de la somme de Fourier en fonction du nombre d'harmoniques est variable selon la fonction étudiée. Pour les systèmes physiques réels, il faut limiter le nombre des harmoniques en fonction de la bande passante du dispositif étudié.

[Retour à l'applet](#)